22/1

1999

STATISTICS

Paper 1

Time : 3 Hours] *[Maximum Marks : 300*

INSTRUCTIONS

Each question is printed both in English and in Kannada.

Answers must be written in the medium specified (English or Kannada) in the Admission Ticket issued to you, which must be stated clearly on the cover of the answer book in the space provided for this purpose. No credit will be given for the answers written in a medium other than that specified in the Admission Ticket.

Candidates should attempt any **five** *questions choosing at least* **one** *but not more than* **two** *from each Section.*

Assume suitable data, if considered necessary, and indicate the same clearly.

The number of marks carried by each question is indicated at the end of the question.

ವಿಶೇಷ ಸೂಚನೆ : ಈ ಮೇಲ್ಕಂಡ ಸೂಚನೆಗಳ ಕನ್ನಡ ರೂಪಾಂತರವನ್ನು ಈ ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆಯ ಕೊನೆಯ ಪುಟದಲ್ಲಿ ಮುದ್ರಿಸಲಾಗಿದೆ.

[Turn over

SECTION A
(Probability)

1. (a) State and prove the generalization of multiplicative theorem.

(b) In a bolt factory, machines A, B and C manufacture 25%, 35% and 40% respectively of the total. Of their output, 5, 4, 2 per-cent are defective bolts. A bolt is drawn at random from the product and is found to be defective. What are the probabilities that it was manufactured by machines A, B and C ?

(c) A problem in statistics is given to three students — A, B and C whose chances of solving it are $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ and $\frac{1}{4}$ respectively. What is the probability that the problem will be solved if all of them try independently ?

20+20+20

2. (a) Define a random variable. Show that the sum, difference and product of two random variables is also a random variable.

(b) Define Characteristic Function and derive its properties.

(c) For the following probability distribution,

$$f(x) = y_0 \, e^{-|x|}, \quad -\infty < x < +\infty$$

find y_0, mean and standard deviation.

20+15+25

3. (a) State and prove the Kolmogorov Inequality.

(b) State and prove the Strong Law of Large Numbers. *30+30*

4. (a) State and prove the Lindberg-Levy Central Limit Theorem.

(b) Define Convergence in Probability and Convergence in Distribution. Show that the former implies the latter. Is the converse true ? *30+30*

ವಿಭಾಗ A

(ಸಂಭಾವ್ಯತೆ)

1. (ಎ) ಗುಣಕಸಾಧ್ಯ ಪ್ರಮೇಯದ ಸಾಧಾರಣೀಕರಣವನ್ನು ತಿಳಿಸಿ ಮತ್ತು ರುಜುವಾತು ಮಾಡಿ.

(ಬಿ) ಅಗುಳಿಗಳನ್ನು (bolt) ತಯಾರಿಸುವ ಒಂದು ಕಾರ್ಖಾನೆಯಲ್ಲಿ ಎ, ಬಿ ಮತ್ತು ಸಿ ಯಂತ್ರಗಳು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ ಒಟ್ಟು ತಯಾರಿಕೆಯ 25%, 35% ಮತ್ತು 40% ರಷ್ಟನ್ನು ತಯಾರಿಸುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳ ಉತ್ಪಾದನೆಯಲ್ಲಿ ಶೇಕಡಾ 5, 4, 2 ರಷ್ಟು ದೋಷಯುಕ್ತ ಅಗುಳಿಗಳಾಗಿವೆ. ಉತ್ಪನ್ನದಿಂದ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಒಂದು ಅಗುಳಿಯನ್ನು ಆಯ್ದುಕೊಂಡಾಗ ಅದು ದೋಷಯುಕ್ತವಾಗಿರುವುದು ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ. ಈ ಅಗುಳಿಯು ಎ, ಬಿ ಮತ್ತು ಸಿ ಯಂತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ತಯಾರಾಗಿರುವುದರ ಸಂಭಾವ್ಯತೆ ಎಷ್ಟು ?

(ಸಿ) ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರದ ಒಂದು ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಎ, ಬಿ ಮತ್ತು ಸಿ ಎಂಬ ಮೂರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದ್ದು, ಅವರು ಅದನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವ ಸಾಧ್ಯತೆಯು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ ಮತ್ತು $\frac{1}{4}$ ರಷ್ಟಿದೆ. ಈ ಎಲ್ಲರೂ ಅದನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದ್ದೇ ಆದರೆ, ಅದನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವ ಸಂಭಾವ್ಯತೆ ಎಷ್ಟು ?

20+20+20

2. (ಎ) ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಚರವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ. ಎರಡು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಚರಗಳ ಮೊತ್ತ, ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಹಾಗೂ ಉಪಲಬ್ಧಿಯೂ ಕೂಡ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಚರವೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತೋರಿಸಿಕೊಡಿ.

(ಬಿ) ವಿಶಿಷ್ಟ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ ಮತ್ತು ಅದರ ಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ.

(ಸಿ) ಒಂದು ಸಂಭಾವ್ಯತ್ಯ ವಿತರಣೆಯನ್ನು ಈ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿದೆ :

$$f(x) = y_0 e^{-|x|}, \quad -\infty < x < +\infty$$

ಇದಕ್ಕೆ y_0, ಮಾಧ್ಯ (Mean) ಹಾಗೂ ಶಿಷ್ಟ ವಿಚಲನೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

20+15+25

3. (ಎ) ಕಾಲ್ಮೊಗೊರೋವ್ ಅಸಮಾನತೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

(ಬಿ) ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಲ ನಿಯಮವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

30+30

4. (ಎ) ಲಿಂಡ್‌ಬರ್ಗ್–ಲೆವಿ ಕೇಂದ್ರ ಪರಿಮಿತಿ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

(ಬಿ) ಸಂಭಾವ್ಯತೆಯಲ್ಲಿ ಪರಿಚ್ಛಿನ್ನತೆ ಹಾಗೂ ವಿತರಣೆಯಲ್ಲಿ ಪರಿಚ್ಛಿನ್ನತೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಿ. ಮೊದಲನೆಯದು ಅನಂತರದ್ದನ್ನು ಧ್ವನಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತೋರಿಸಿಕೊಡಿ. ಇದರ ವ್ಯತಿರೇಕವೂ ನಿಜವೆ ?

30+30

SECTION B

(Statistical Inference)

5. (a) Write explanatory notes on the following :

   (i) Consistency

   (ii) Unbiasedness

   (iii) Efficiency, and

   (iv) Sufficiency of Estimators

   (b) Show that consistency neither implies nor is implied by unbiasedness.

   (c) State and prove the Lehmann-Scheffe Theorem. *15+20+25*

6. (a) State and prove the Fisher-Neymann Factorization Theorem.

   (b) Obtain sufficient statistic for θ, from an independent sample from,

   $$f(x, \theta) = e^{-(x-\theta)}, \quad \theta < x < +\infty$$

   (c) Show that maximum likelihood estimators are consistent. *20+20+20*

7. (a) State and prove Neyman-Pearson Lemma.

   (b) Use the Neyman-Pearson Lemma to obtain the best critical region for testing $\theta = \theta_0$ against $\theta = \theta_1$ ($> \theta_0$) in the case of a normal population $N(\theta, \sigma^2)$, when σ^2 is known. Find the power of the test.

   (c) Define Monotone Likelihood Ratio. Show that the uniform distribution $U[0, \theta]$ admits ML Ratio. *25+15+20*

8. (a) If $X \sim b(n, p)$, derive α-level likelihood ratio test of $H_0 : p \leq p_0$ against $H_1 : p > p_0$.

   (b) Stating the regularity conditions on $f(X, \theta)$, show that $-2 \log \lambda(X)$ is asymptotically distributed as a chi-square random variable, where $\lambda(X)$ is the likelihood ratio. *30+30*

ವಿಭಾಗ B
(ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರೀಯ ತೀರ್ಮಾನ)

5. (ಎ) ಕೆಳಗಿನವುಗಳಿಗೆ ವಿವರಣಾತ್ಮಕ ಟಿಪ್ಪಣಿ ಬರೆಯಿರಿ :

 (i) ಸ್ಥಿರತೆ

 (ii) ಪೂರ್ವಾಗ್ರಹರಾಹಿತ್ಯ

 (iii) ದಕ್ಷತೆ, ಹಾಗೂ

 (iv) ಅಂದಾಜುಕಾರಿಗಳ ಪರ್ಯಾಪ್ತತೆ

 (ಬಿ) ಸ್ಥಿರತೆಯು ಪೂರ್ವಾಗ್ರಹರಾಹಿತ್ಯವನ್ನು ಧ್ವನಿಸುವುದೂ ಇಲ್ಲ ಮತ್ತು ಪೂರ್ವಾಗ್ರಹರಾಹಿತ್ಯದಿಂದ ಧ್ವನಿತವಾಗುವುದೂ ಇಲ್ಲ.

 (ಸಿ) ಲೆಹ್‌ಮನ್–ಷೆಫ್ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಮರ್ಥಿಸಿ. *15+20+25*

6. (ಎ) ಫಿಷರ್–ನೇಮನ್ ಅಪವರ್ತನೀಕರಣ (Factorization) ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ತಿಳಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

 (ಬಿ) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸ್ವತಂತ್ರ ಮಾದರಿಯಿಂದ θಗೆ ಪರ್ಯಾಪ್ತ ನಿದರ್ಶಜವನ್ನು ಪಡೆಯಿರಿ.

$$f(x, \theta) = e^{-(x-\theta)}, \quad \theta < x < +\infty$$

 (ಸಿ) ಗರಿಷ್ಠ ಸಾಧ್ಯತಾ ಅಂದಾಜುಕಾರಿಗಳು ಸ್ಥಿರತೆಯುಳ್ಳವು ಎಂಬುದನ್ನು ತೋರಿಸಿಕೊಡಿ. *20+20+20*

7. (ಎ) ನೇಮನ್–ಪಿಯರ್‌ಸನ್ ಲೆಮ್ಮಾವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

 (ಬಿ) σ^2 ಗೊತ್ತಿದ್ದಾಗ ಸಾಮಾನ್ಯ ಜನಸಂಖ್ಯೆ $N(\theta, \sigma^2)$ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ $\theta = \theta_1 \ (> \theta_0)$ ಗೆ ಪ್ರತಿಯಾಗಿ $\theta = \theta_0$ ಪರೀಕ್ಷಿಸುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಅತ್ಯುತ್ತಮ ಸಂಧಿಷ್ಠ ವಲಯವನ್ನು ಪಡೆಯುವುದಕ್ಕಾಗಿ ನೇಮನ್–ಪಿಯರ್‌ಸನ್ ಲೆಮ್ಮಾವನ್ನು ಬಳಸಿ, ಪರೀಕ್ಷಣೆಯ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

 (ಸಿ) ಮಾನೊಟೋನ್ ಸಾಧ್ಯತಾ ಅನುಪಾತವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ. ಏಕರೂಪ ವಿತರಣೆ $U[0, \theta]$, ಎಂ.ಎಲ್. ಅನುಪಾತವನ್ನು ಅನುಮತಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತೋರಿಸಿಕೊಡಿ. *25+15+20*

8. (ಎ) $X \sim b(n, p)$ ಆದರೆ, $H_1 : p > p_0$ ಗೆ ಪ್ರತಿಯಾಗಿ $H_0 : p \le p_0$ ಇದರ α-ಹಂತ ಸಾಧ್ಯತೆ ಅನುಪಾತ ಪರೀಕ್ಷೆ ನಿಷ್ಪನ್ನಗೊಳಿಸಿ.

 (ಬಿ) $f(X, \theta)$ ಮೇಲಿನ ನಿಯಂತ್ರತಾ ಸ್ಥಿತಿಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿ, $-2 \log \lambda(X)$ ಇದು ಕೈ–ಸ್ಕ್ವೇರ್ (chi-square) ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಚರವಾಗಿ ಅಸಿಂಪ್ಟಾಟಿಕಲ್ ಆಗಿ ವಿತರಣೆಯಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತೋರಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ $\lambda(X)$ ಸಾಧ್ಯತಾ ಅನುಪಾತವಾಗಿದೆ. *30+30*

SECTION C

(Linear Inference and Multivariate Analysis)

9. Stating the assumptions, clearly show that $\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'Y$ is the best linear unbiased estimator of β in the general linear model $Y = X\beta + \varepsilon$. Also, derive the expression for the variance-covariance matrix of error components.

60

10. (a) Define a Linear Hypothesis. Derive a statistical test procedure to test the hypothesis that the last s elements in β of the linear model,

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

are jointly equal to zero, where β is a K componented column vector.

(b) Derive a test procedure to test the significance of complete regression.

30+30

11. (a) If X and Y are standardized random variables, and the correlation coefficient between $aX + bY$ and $bX + aY$ is $\dfrac{1+2ab}{a^2+b^2}$, find the correlation coefficient between X and Y.

(b) Define Non-linear Regression. Prove that $r^2 \le \eta^2$, where r and η are the correlation coefficient and correlation ratio respectively.

(c) In a three-variable linear model, with usual notation, prove that,

$$R^2_{1\cdot 23} = \frac{r^2_{12} + r^2_{13} - 2\, r_{12}\, r_{13}\, r_{23}}{1 - r^2_{23}}$$

20+20+20

12. (a) Explain Fisher's Discriminant Analysis.

(b) Define Hotelling's T^2 and Mahalanobis' D^2 statistics. What are their uses ? Bring out the relationship between them.

(c) Write explanatory notes on the following :

(i) Orthogonal polynomials

(ii) Partial correlation

(iii) Multivariate normal distribution

20+20+20

ವಿಭಾಗ C

(ರೇಖಾತ್ಮಕ ತೀರ್ಮಾನ ಮತ್ತು ಬಹುವ್ಯತ್ಯಾಸಿ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆ)

9. ಗ್ರಹಿಕೆಗಳನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ತಿಳಿಸುತ್ತ, ಸಾಮಾನ್ಯ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಮಾದರಿ $Y = X\beta + \varepsilon$ ಯಲ್ಲಿ $\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'Y$ ಇದು β ದ ಅತ್ಯುತ್ತಮ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಪೂರ್ವಾಗ್ರಹರಹಿತ ಅಂದಾಜುಕಾರಿ ಆಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತೋರಿಸಿ. ಹಾಗೂ, ದೋಷ ಉಪಾಂಗಗಳ ಚಲನೀಯತೆ – ಸಹಚಲನೀಯತೆ ಮಾತೃಕೆಗೆ (Matrix) ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಯನ್ನು ನಿಷ್ಪನ್ನಗೊಳಿಸಿ. 60

10. (ಎ) ರೇಖಾತ್ಮಕ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು (hypothesis) ವಿವರಿಸಿ. $Y = X\beta + \varepsilon$ ಎಂಬ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಮಾದರಿಯ β ದಲ್ಲಿರುವ ಕೊನೆಯ ಮೂಲಾಂಶಗಳು ಒಟ್ಟಾಗಿ ಶೂನ್ಯಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿವೆ ಎಂಬ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಒಂದು ಸಾಂಖ್ಯಿಕ ಪರೀಕ್ಷಾ ವಿಧಾನವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ β ಎಂಬುದು K ಉಪಾಂಗದ ಕಾಲಂ ವೆಕ್ಟರ್ ಆಗಿದೆ.

    (ಬಿ) ಸಂಪೂರ್ಣ ಹಿಂಚಲನೆಯ (regression) ಮಹತ್ವವನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಲು ಒಂದು ಪರೀಕ್ಷಾ ವಿಧಾನವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ. 30+30

11. (ಎ) X ಮತ್ತು Y ಗಳು ಪ್ರಮಾಣೀಕೃತ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಚರಗಳಾಗಿದ್ದು, $aX + bY$ ಮತ್ತು $bX + aY$ ಗಳ ಸಹಸಂಬಂಧಿ ಗುಣಾಂಕವು $\dfrac{1 + 2ab}{a^2 + b^2}$ ಆಗಿದ್ದಲ್ಲಿ X ಮತ್ತು Y ಗಳ ನಡುವಿನ ಸಹಸಂಬಂಧಿ ಗುಣಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

    (ಬಿ) ಅರೇಖಾತ್ಮಕ ಹಿಂಚಲನೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಿ, $r^2 \le \eta^2$ ಎಂಬುದನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ r ಮತ್ತು η ಗಳು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ ಸಹಸಂಬಂಧಿ ಗುಣಾಂಕ ಹಾಗೂ ಸಹಸಂಬಂಧಿ ಅನುಪಾತಗಳಾಗಿವೆ.

    (ಸಿ) ಮೂರು ಚರ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಮಾದರಿಯಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಜ್ಞೆಯೊಂದಿಗೆ

$$R^2_{1\cdot 23} = \frac{r^2_{12} + r^2_{13} - 2\, r_{12}\, r_{13}\, r_{23}}{1 - r^2_{23}}$$

    ಎಂಬುದನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ. 20+20+20

12. (ಎ) ಫಿಷರ್‌ನ ವಿಭೇದಾತ್ಮಕ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.

    (ಬಿ) ಹಾಟೆಲಿಂಗ್‌ನ T^2 ಮತ್ತು ಮಹಾಲನೊಬಿಸ್‌ನ D^2 ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ. ಇವುಗಳ ಉಪಯೋಗವೇನು ? ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ.

    (ಸಿ) ಕೆಳಗಿನವುಗಳಿಗೆ ವಿವರಣಾತ್ಮಕ ಟಿಪ್ಪಣಿ ಬರೆಯಿರಿ :

    (i) ಆರ್ಥೋಗೊನಲ್ ಪಾಲಿನಾಮಿಯಲ್ಸ್

    (ii) ಭಾಗಶಃ ಸಹಸಂಬಂಧ

    (iii) ಬಹುವ್ಯತ್ಯಾಸಿ ಸಾಧಾರಣ ವಿತರಣೆ 20+20+20

100

22/2

1999

STATISTICS

Paper 2

Time : 3 Hours] *[Maximum Marks : 300*

INSTRUCTIONS

Each question is printed both in English and in Kannada.

Answers must be written in the medium specified (English or Kannada) in the Admission Ticket issued to you, which must be stated clearly on the cover of the answer book in the space provided for this purpose. No credit will be given for the answers written in a medium other than that specified in the Admission Ticket.

Candidates should select any **three** *Sections and attempt any* ***five*** *questions from the selected Sections, choosing at least* **one** *but not more than* **two** *questions from each of the selected Sections.*

Assume suitable data, if considered necessary, and indicate the same clearly.

All questions carry equal marks.

ವಿಶೇಷ ಸೂಚನೆ : ಈ ಮೇಲ್ಕಂಡ ಸೂಚನೆಗಳ ಕನ್ನಡ ರೂಪಾಂತರವನ್ನು ಈ ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆಯ ಕೊನೆಯ ಪುಟದಲ್ಲಿ ಮುದ್ರಿಸಲಾಗಿದೆ.

[Turn over

SECTION A

(Sampling Theory and Designs of Experiments)

1. (a) Distinguish between simple random sampling and sampling with varying probabilities of selection.

   (b) In sampling with varying probabilities of selection, obtain the unbiased estimator of the population mean, its variance and the unbiased estimator of the variance.

   (c) Ignoring the finite population correction, prove that

   $$V_1 \leq V_2 \leq V_3$$

   where V_1 and V_2 are variances respectively under optimum and proportional allocation and V_3 is the variance under simple random sampling without replacement, the sample size being the same in each case. *20+20+20*

2. (a) What is the ratio method of estimation ? Obtain an appropriate expression for the variance of the ratio estimator.

   (b) Discuss the conditions under which the ratio estimator is better than the sample mean with simple random sampling without replacement as the sampling design.

   (c) Explain the situations where systematic sampling can be used with advantage. *25+20+15*

3. (a) Distinguish between partial and total confounding in factorial experiments.

   (b) Derive the full details of the analysis of 2^3 randomized blocks factorial experiment involving $2l$ blocks, each block consisting of 4 plots, in which none of the main effects is confounded in any replicate and no effect is totally confounded.

   (c) Discuss in detail the analysis of a BIBD. *20+20+20*

4. (a) Explain 'missing plot technique'.

   (b) How will you analyse missing plots in Latin Square designs ?

   (c) Write explanatory notes on :

   (i) Lattice designs,

   (ii) Completely randomized block design, and

   (iii) Split plot design. *15+20+25*

ವಿಭಾಗ A

(ಸ್ಯಾಂಪ್ಲಿಂಗ್ ಸಿದ್ಧಾಂತ ಮತ್ತು ಪ್ರಯೋಗಗಳ ವಿನ್ಯಾಸ)

1. (ಎ) ಸರಳ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಸ್ಯಾಂಪ್ಲಿಂಗ್ ಹಾಗೂ ಆಯ್ಕೆಯ ವಿವಿಧ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳ ಸ್ಯಾಂಪ್ಲಿಂಗ್‌ಗೂ ನಡುವೆ ಇರುವ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ತಿಳಿಸಿ.

   (ಬಿ) ಆಯ್ಕೆಯ ವಿವಿಧ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳ ಸ್ಯಾಂಪ್ಲಿಂಗ್‌ನಲ್ಲಿ ಜನಸಂಖ್ಯಾ ಮಾಧ್ಯದ (ಮೀನ್) ಪೂರ್ವಾಗ್ರಹರಹಿತ ಅಂದಾಜುಕಾರಿಯನ್ನು, ಅದರ ಚಲನೀಯತೆಯನ್ನು ಹಾಗೂ ಚಲನೀಯತೆಯ ಪೂರ್ವಾಗ್ರಹರಹಿತ ಅಂದಾಜನ್ನು ಹೇಗೆ ಪಡೆಯುತ್ತೀರಿ ?

   (ಸಿ) ಪರಿಮಿತ ಜನಸಂಖ್ಯಾ ಸರಿಪಡಿಕೆಯನ್ನು ನಿರ್ಲಕ್ಷಿಸಿ

$$V_1 \le V_2 \le V_3$$

   ಎಂಬುದನ್ನು ರುಜುವಾತು ಮಾಡಿ.

   ಇಲ್ಲಿ V_1 ಮತ್ತು V_2 ಗಳು ಅನುಕೂಲತಮ ಹಾಗೂ ಸಮಪ್ರಮಾಣದ ಹಂಚಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ ಚಲನೀಯತೆಗಳಾಗಿವೆ ಹಾಗೂ V_3 ಯು ಬದಲಿಕೆಯಿಲ್ಲದ ಸರಳ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಸ್ಯಾಂಪ್ಲಿಂಗ್‌ನಲ್ಲಿ ಚಲನೀಯತೆಯಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿಯೂ ಸ್ಯಾಂಪಲ್‌ನ ಗಾತ್ರವು ಒಂದೇ ಆಗಿದೆ.

20+20+20

2. (ಎ) ಅಂದಾಜು ನಿರ್ಣಯದ ಅನುಪಾತ ವಿಧಾನ ಎಂದರೇನು ? ಅನುಪಾತ ಅಂದಾಜುಕಾರಿಯ ಚಲನೀಯತೆಗೆ ಒಂದು ಸರಿಯಾದ ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಯನ್ನು ಪಡೆಯಿರಿ.

   (ಬಿ) ಸ್ಯಾಂಪ್ಲಿಂಗ್ ವಿನ್ಯಾಸವಾಗಿ ಬದಲಿಕೆಯಿಲ್ಲದೆ ಸರಳ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಸ್ಯಾಂಪ್ಲಿಂಗ್‌ನೊಂದಿಗೆ ಯಾವ ಸ್ಥಿತಿಯಲ್ಲಿ ಅನುಪಾತ ಅಂದಾಜುಕಾರಿಯು ಸ್ಯಾಂಪಲ್ ಮಾಧ್ಯಕ್ಕಿಂತ ಉತ್ತಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಿ.

   (ಸಿ) ವ್ಯವಸ್ಥಿತ ಸ್ಯಾಂಪ್ಲಿಂಗ್‌ನ್ನು ಅನುಕೂಲದೊಂದಿಗೆ ಬಳಸಬಹುದಾದ ಸ್ಥಿತಿಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.

25+20+15

3. (ಎ) ಅಪವರ್ತನ ಪ್ರಯೋಗಗಳಲ್ಲಿ ಅಂಶಿಕ ಮತ್ತು ಪೂರ್ಣ ಸಂಕರಣದ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ತಿಳಿಸಿ.

   (ಬಿ) $2l$ ಬ್ಲಾಕ್‌ಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಳ್ಳುವ 2^3 ಯಾದೃಚ್ಛಿಕೃತ ಬ್ಲಾಕ್‌ಗಳ ಅಪವರ್ತನ ಪ್ರಯೋಗದ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಯ ಪೂರ್ಣ ವಿವರಗಳನ್ನು ನಿಷ್ಪನ್ನಮಾಡಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬ್ಲಾಕ್‌ನಲ್ಲಿ 4 ಪ್ಲಾಟ್‌ಗಳಿದ್ದು, ಇದರಲ್ಲಿ ಯಾವ ಪ್ರಧಾನ ಪರಿಣಾಮವೂ ಯಾವುದೇ ಪುನರಾವೃತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಅಸ್ತವ್ಯಸ್ತವಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಮತ್ತು ಯಾವ ಪರಿಣಾಮವೂ ಸಂಪೂರ್ಣ ಸಂಕರಣಗೊಳ್ಳುವುದಿಲ್ಲ.

   (ಸಿ) ಒಂದು BIBD ಯ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಯನ್ನು ವಿವರವಾಗಿ ಚರ್ಚಿಸಿ.

20+20+20

4. (ಎ) 'ನಷ್ಟವಾದ ಭಾಗ ತಂತ್ರ' ವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.

   (ಬಿ) ಲ್ಯಾಟಿನ್ ವರ್ಗ ವಿನ್ಯಾಸಗಳಲ್ಲಿ ತಪ್ಪಿಹೋದ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ವಿಶ್ಲೇಷಿಸುತ್ತೀರಿ ?

   (ಸಿ) ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಮೇಲೆ ವಿವರಣಾತ್ಮಕ ಟಿಪ್ಪಣಿ ಬರೆಯಿರಿ.

      (i) ಜಾಲಂದರ ವಿನ್ಯಾಸ

      (ii) ಸಂಪೂರ್ಣ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕೃತ ಬ್ಲಾಕ್ ವಿನ್ಯಾಸ

      (iii) ಸೀಳು ಭಾಗ ವಿನ್ಯಾಸ

15+20+25

[Turn over

SECTION B

(Engineering Statistics)

5. (a) Explain what is meant by process control. Describe the advantages derived from having a process under statistical control with particular reference to $\overline{X}$ and R charts.

   (b) A quality characteristic X has an exponential distribution, $f(x) = e^{-\theta x}$, $x > 0$. Obtain the upper control limit and lower control limit for individual observations on X.

   (c) Distinguish between specification and control limits. Show that the control limits can be used to improve the specification limits.

20+20+20

6. (a) What are cumulative sum (CUSUM) control charts ? How does a CUSUM control chart differ from (i) an ordinary $\overline{X}$-chart, and (ii) a sequential probability ratio test for process mean ?

   (b) Explain the procedure to determine the dimensions of the V-mask of a CUSUM control chart for mean of a normal distribution which has a known variance.

   (c) Define AOQ, AQL, LTPD and ATI, and derive AOQ and ATI for a single sampling plan.

20+20+20

7. (a) Define reliability. Explain the relationship between constant failure rate and mean life.

   (b) Define Hazard rate. Derive the same for the Constant-Hazard model.

   (c) It is observed that the failure pattern of an electronic system follows an exponential distribution with MTTF of 1400 hours. What is the probability that the system failure occurs within 950 hours ?

15+20+25

8. (a) Discuss the reliability estimation in the context of normal distribution $N(\mu, \sigma^2)$.

   (b) Suppose the distribution of the following failure times is given by $N(\mu, \sigma = 40)$. Compute R(t) at t = 100 and t = 50 hours. *30+30*

ವಿಭಾಗ B

(ಇಂಜಿನಿಯರಿಂಗ್ ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ)

5. (ಎ) ಪ್ರಕ್ರಿಯಾ ನಿಯಂತ್ರಣ ಎಂದರೇನು ? $\overline{X}$ ಮತ್ತು R ಚಾರ್ಟ್‌ಗಳನ್ನು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಗಮನದಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಂಡು, ಸಾಂಖ್ಯಿಕ ನಿಯಂತ್ರಣದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ನಡೆಸುವುದರಿಂದ ಸಿಗುವ ಪ್ರಯೋಜನಗಳೇನು ? ವಿವರಿಸಿ.

   (ಬಿ) ಗುಣವೈಶಿಷ್ಟ್ಯವಾದ X ಎಂಬುದು $f(x) = e^{-\theta x}$, $x > 0$ ಚರಘಾತೀಯ ವಿತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. X ಮೇಲೆ ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಅವಲೋಕನಗಳೊಂದಿಗೆ ಮೇಲು ನಿಯಂತ್ರಣ ಮಿತಿ ಹಾಗೂ ಕೆಳ ನಿಯಂತ್ರಣ ಮಿತಿಯನ್ನು ಹೇಗೆ ಪಡೆಯುತ್ತೀರಿ ?

   (ಸಿ) ತಪಶೀಲು ಮತ್ತು ನಿಯಂತ್ರಣ ಮಿತಿಯ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವೇನು ? ತಪಶೀಲು ಮಿತಿಗಳನ್ನು ಸುಧಾರಿಸಲು ನಿಯಂತ್ರಣ ಮಿತಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ತೋರಿಸಿಕೊಡಿ. 20+20+20

6. (ಎ) ಸಂಚಿತ ಮೊತ್ತ ನಿಯಂತ್ರಣ ಚಾರ್ಟ್‌ಗಳು (CUSUM) ಎಂದರೇನು ? ಒಂದು CUSUM ಚಾರ್ಟ್ (i) ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ $\overline{X}$–ಚಾರ್ಟ್‌ನಿಂದ, ಹಾಗೂ (ii) ಪ್ರಕ್ರಿಯಾ ಮಾಧ್ಯಕ್ಕೆ ಸರಣಿಕ್ರಮ ಸಾಧ್ಯತಾ ಅನುಪಾತ ಪರೀಕ್ಷೆಯಿಂದ ಹೇಗೆ ಭಿನ್ನ ?

   (ಬಿ) ಒಂದು ಗೊತ್ತಾದ ಚಲನೀಯತೆ ಇರುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿತರಣೆಯ ಮಾಧ್ಯಕ್ಕೆ ಒಂದು CUSUM ನಿಯಂತ್ರಣ ಚಾರ್ಟ್‌ನ V–ಮಾಸ್ಕ್‌ನ ಆಯಾಮಗಳನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.

   (ಸಿ) AOQ, AQL, LTPD, ATI ಅನ್ನು ವಿವರಿಸಿ. ಒಂದು ಸರಳ ಸ್ಯಾಂಪ್ಲಿಂಗ್ ಯೋಜನೆಗೆ AOQ ಹಾಗೂ ATI ಅನ್ನು ನಿಷ್ಪನ್ನ ಮಾಡಿ. 20+20+20

7. (ಎ) ವಿಶ್ವಸನೀಯತೆ ಎಂದರೇನು ? ವಿವರಿಸಿ. ಸತತ ವಿಫಲತಾ ದರ ಹಾಗೂ ಕನಿಷ್ಠ ಆಯುಷ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.

   (ಬಿ) ಹಾನಿಸಂಭಾವ್ಯ ದರವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ. ಒಂದು ಸ್ಥಿರ ಹಾನಿಸಂಭವ ಮಾದರಿಗೆ ಅದನ್ನು ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಮಾಡಿ.

   (ಸಿ) ಒಂದು ಇಲೆಕ್ಟ್ರಾನಿಕ್ ವ್ಯೂಹದ ವಿಫಲತಾ ವಿನ್ಯಾಸವು 1400 ಗಂಟೆಗಳ MTTF ನೊಂದಿಗೆ ಚರಘಾತೀಯ ವಿತರಣೆಯನ್ನು ಅನುಸರಿಸುತ್ತಿದೆ ಎಂದು ಗಮನಿಸಲಾಗಿದೆ. 950 ಗಂಟೆಗಳೊಳಗೆ ಈ ವ್ಯೂಹದ ವಿಫಲತೆ ಘಟಿಸುವ ಸಂಭಾವ್ಯತೆ ಎಷ್ಟು ? 15+20+25

8. (ಎ) ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿತರಣೆ $N(\mu, \sigma^2)$ ಆಗಿರುವ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ವಿಶ್ವಸನೀಯತೆಯ ಅಂದಾಜನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಿ.

   (ಬಿ) ಕೆಳಕಂಡ ವಿಫಲತಾ ಸಂದರ್ಭಗಳ ವಿತರಣೆಯನ್ನು $N(\mu, \sigma = 40)$ ಎಂದು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. $t = 100$ ಮತ್ತು $t = 50$ ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ $R(t)$ ಅನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡಿ. 30+30

SECTION C

(Operations Research)

9. (a) Write short notes on the following :

   (i) Markov chains

   (ii) Classification of states

   (iii) Ergodic theorems

   (b) Discuss single period inventory model with uniform demand, assuming no set-up costs.

   (c) A contractor for second-hand lorries used to maintain a stock of lorries every month. The demand for lorries occurs at a relatively constant rate but not in constant size. The demand follows the probability distribution given below :

Demand :	0	1	2	3	4	5 or more
Probability :	0·40	0·24	0·20	0·15	0·11	0·00

The holding cost of an old lorry for one month is Rs. 100 and the penalty for a lorry if not supplied on demand is Rs. 1000. Determine the optimal size of the stock of the contractor.

20+20+20

10. (a) What are queueing problems ? For the M/M/1 model derive the steady-state probability equations. Also find out (i) average number of units in the system and (ii) variance of queue length.

   (b) In a railway marshalling yard, goods trains arrive at a rate of 30 trains per day. Assuming that the later arrival time follows an exponential distribution and the service time distribution is also exponential with an average 36 minutes, calculate the following :

   (i) the mean line length,

   (ii) the probability that the queue size exceeds 10.

   (c) Arrivals at a telephone booth are considered to be Poisson, with an average time of 10 minutes between one arrival and the next. The length of a phone call is assumed to be distributed exponentially, with mean 3 minutes. Find the probability that a person arriving at the booth will have to wait.

20+20+20

ವಿಭಾಗ C
(ಕಾರ್ಯಾಚರಣ ಸಂಶೋಧನೆ)

9. (ಎ) ಕೆಳಕಂಡವುಗಳ ಮೇಲೆ ಕಿರುಟಿಪ್ಪಣಿ ಬರೆಯಿರಿ :

   (i) ಮಾರ್ಕೋವ್ ಸರಪಳಿಗಳು

   (ii) ಸ್ಥಿತಿಗಳ ವರ್ಗೀಕರಣ

   (iii) ಎರ್ಗೋಡಿಕ್ ಪ್ರಮೇಯಗಳು

(ಬಿ) ಯಾವುದೇ ಸ್ಥಾಪನಾ ವೆಚ್ಚಗಳನ್ನು ಊಹಿಸಿಕೊಳ್ಳದೆ ಏಕರೂಪದ ಬೇಡಿಕೆಯೊಂದಿಗೆ ಏಕಾವಧಿ ತಪಶೀಲು (Inventory) ಮಾದರಿಯ ಬಗ್ಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿ.

(ಸಿ) ಸೆಕೆಂಡ್ ಹ್ಯಾಂಡ್ ಲಾರಿಗಳ ಗುತ್ತಿಗೆದಾರನೊಬ್ಬ ಪ್ರತಿ ತಿಂಗಳೂ ತನ್ನ ಲಾರಿಗಳ ದಾಸ್ತಾನಿನ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಪಾಲಿಸಿಕೊಂಡು ಬಂದಿದ್ದಾನೆ. ಲಾರಿಗಳಿಗೆ ಬೇಡಿಕೆಯು ಸಾಪೇಕ್ಷವಾಗಿ ಸ್ಥಿರ ದರದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ, ಆದರೆ ಸ್ಥಿರ ಗಾತ್ರದಲ್ಲಲ್ಲ. ಬೇಡಿಕೆಯು ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಭಾವ್ಯತಾ ವಿತರಣೆಯನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿರುತ್ತದೆ :

ಬೇಡಿಕೆ :	0	1	2	3	4	5 ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚಿಗೆ
ಸಂಭಾವ್ಯತೆ :	0·40	0·24	0·20	0·15	0·11	0·00

ಒಂದು ತಿಂಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಲಾರಿಯ ಧಾರಣಾ ವೆಚ್ಚ ರೂ. 100 ಗಳು. ಬೇಡಿಕೆಗನುಗುಣವಾಗಿ ಲಾರಿಯನ್ನು ಸರಬರಾಜು ಮಾಡದಿದ್ದರೆ ನೀಡಬೇಕಾದ ದಂಡ ರೂ. 1000. ಗುತ್ತಿಗೆದಾರನು ಇಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಬಹುದಾದ ಅನುಕೂಲತಮ ಲಾರಿಯ ದಾಸ್ತಾನು ಎಷ್ಟಿರಬೇಕು ? *20+20+20*

10. (ಎ) ಸರದಿ ಕಾಯುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಎಂದರೇನು ? M|M|1 ಮಾದರಿಗೆ ಸ್ಥಿರಸ್ಥಿತಿ ಸಂಭಾವ್ಯತಾ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಮಾಡಿ, (i) ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ ಘಟಕಗಳ ಸರಾಸರಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹಾಗೂ (ii) ಸರದಿ ಉದ್ದದ ಚಲನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(ಬಿ) ರೈಲ್ವೆ ಉಸ್ತುವಾರಿ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯ ಯಾರ್ಡ್‌ನಲ್ಲಿ ಗೂಡ್ಸ್ ರೈಲುಗಳು ಪ್ರತಿದಿನಕ್ಕೆ 30 ರಂತೆ ಬರುತ್ತವೆ. ಕೊನೆಯದಾಗಿ ಬಂದ ಗಾಡಿಯ ವೇಳೆ ಚರಘಾತೀಯ ವಿತರಣಾ ಕ್ರಮವನ್ನು ಅನುಸರಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಸೇವಾ ಸಮಯದ ವಿತರಣೆಯೂ ಕೂಡ ಸರಾಸರಿ 36 ನಿಮಿಷಗಳಂತೆ ಚರಘಾತೀಯವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಊಹಿಸಿಕೊಂಡು, ಈ ಕೆಳಕಂಡವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ :

   (i) ಸರಾಸರಿ ಮಾರ್ಗದ ಉದ್ದ

   (ii) ಸರದಿ ಸಾಲಿನ ಗಾತ್ರವು 10 ನ್ನು ಮೀರುವ ಸಂಭಾವ್ಯತೆ

(ಸಿ) ಒಂದು ದೂರವಾಣಿಯ ಬೂತ್‌ಗೆ ಆಗಮನಗಳನ್ನು ಪೈಜಾನ್ ಎಂದು ಭಾವಿಸಲಾಗಿದ್ದು ಒಂದು ಆಗಮನಕ್ಕೂ ಇನ್ನೊಂದಕ್ಕೂ ನಡುವಿರುವ ಸರಾಸರಿ ಕಾಲದ ಅಂತರ 10 ನಿಮಿಷಗಳು. ದೂರವಾಣಿ ಕರೆಯ ಅವಧಿಯು ಕನಿಷ್ಠ 3 ನಿಮಿಷಗಳಂತೆ ಚರಘಾತೀಯವಾಗಿ ವಿತರಣೆಯಾಗಿದೆ ಎಂದು ಊಹಿಸಲಾಗಿದೆ.

ದೂರವಾಣಿ ಬೂತ್‌ಗೆ ಬರುವ ವ್ಯಕ್ತಿಯು ಎಷ್ಟು ಸಮಯ ಕಾಯಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದರ ಸಂಭಾವ್ಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. *20+20+20*

11. (a) Define Linear Programming Problem. Show that the collection of all feasible solutions of a linear programming problem is a convex set.

(b) Solve the following LP problem by graphical procedure :

Minimize $z = 4x_1 + 2x_2$

Subject to

$x_1 + 2x_2 \geq 2$

$3x_1 + x_2 \geq 3$

$4x_1 + 3x_2 \geq 6$

$x_1, x_2 \geq 0.$

(c) Using the simplex procedure, solve

Maximize $z = 7x_1 + 5x_2$

Subject to

$x_1 + 2x_2 \leq 6$

$4x_1 + 3x_2 \leq 12$

$x_1, x_2 \geq 0.$

20+20+20

12. (a) Define Balanced Transportation Problem. How is it a particular case of linear programming problem ? Why is a transportation problem not solved by the simplex procedure ? Explain.

(b) Obtain the optimum basic feasible solution on the following transportation problem :

	To			
From	7	3	4	2
	2	1	3	3 Available
	3	4	6	5
Demand	4	1	5	

(c) Write explanatory notes on the following :

(i) Assignment Problem

(ii) The Mortality Theorem

(iii) Fortran IV Programming

20+20+20

11. (ಎ) ರೇಖೀಯ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮ ಯೋಜನೆಯ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಿ. ಈ ರೇಖೀಯ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮ ಯೋಜನೆಯ ಪರಿಹಾರ ಸಾಧ್ಯತಾ ಸಂಗ್ರಹಗಳೆಲ್ಲವೂ ಕಾನ್‌ವೆಕ್ಸ್ ಸೆಟ್ ಆಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

(ಬಿ) ಕೆಳಕಂಡ LP ಸಮಸ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಗ್ರಾಫಿಕಲ್ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :

ಕನಿಷ್ಠಗೊಳಿಸಿ $z = 4x_1 + 2x_2$

ಇದಕ್ಕೆ ಒಳಪಟ್ಟು

$$x_1 + 2x_2 \geq 2$$
$$3x_1 + x_2 \geq 3$$
$$4x_1 + 3x_2 \geq 6$$
$$x_1,\ x_2 \geq 0$$

(ಸಿ) ಸಿಂಪ್ಲೆಕ್ಸ್ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸಿ ಕೆಳಕಂಡ ಸಮಸ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :

ಕನಿಷ್ಠಗೊಳಿಸಿ $z = 7x_1 + 5x_2$

ಇದಕ್ಕೆ ಒಳಪಟ್ಟು $x_1 + 2x_2 \leq 6$

$$4x_1 + 3x_2 \leq 12$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

20+20+20

12. (ಎ) ಸಮತೋಲನ ಸಾಗಾಣಿಕೆಯ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಿ. ಇದು ಹೇಗೆ ಒಂದು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮ ಯೋಜನೆ ಸಮಸ್ಯೆಯ ಸ್ಪಷ್ಟ ಪ್ರಕರಣವಾಗಿದೆ ? ಸಾಗಾಣಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಸಿಂಪ್ಲೆಕ್ಸ್ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಗೆಹರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಏಕೆ ? ವಿವರಿಸಿ.

(ಬಿ) ಕೆಳಕಂಡ ಸಾಗಾಣಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಅನುಕೂಲತಮವಾದ ಮೂಲಭೂತ ಕಾರ್ಯಸಾಧ್ಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :

	ಗೆ			
	7	3	4	2
ಇಂದ	2	1	3	3 ಲಭ್ಯತೆ
	3	4	6	5
	4	1	5	
		ಬೇಡಿಕೆ		

(ಸಿ) ಕೆಳಗಿನವುಗಳಿಗೆ ವಿವರಣಾತ್ಮಕ ಟಿಪ್ಪಣಿ ಬರೆಯಿರಿ :

(i) ನಿಯೋಜನಾ ಸಮಸ್ಯೆ

(ii) ಮಾರ್ಟಾಲಿಟಿ ಪ್ರಮೇಯ

(iii) ಫೋರ್ಟ್ರಾನ್ IV ಪ್ರೋಗ್ರಾಮಿಂಗ್

20+20+20

SECTION D

(Quantitative Economics)

13. (a) What is Time Series ? What are its components ?

(b) Explain the measurement of trend by the method of least squares.

(c) The population figures of a country are as follows :

Year :	1911	1921	1931	1941	1951	1961	1971
Population :	25·0	25·1	27·9	31·9	36·1	43·9	54·7

Fit an exponential trend curve; forecast the population in the year 1981.

20+15+25

14. (a) Explain the importance of Index Numbers in the study of economic and business problems.

(b) What are the conditions that an Index Number must satisfy ? Explain why Fisher's Index Number is called an Ideal Index Number.

(c) Define the concept of 'Cost of Living Index Number'. Discuss the methods of obtaining the weights for a Cost of Living Index Number in order to express it as a weighted arithmetic average.

20+20+20

15. (a) Define ordinal and cardinal utility functions. Derive the expression for 'the rate of commodity substitution'. For the utility function,

$$u = x_1 \cdot x_2$$

where u : utility; x_1 and x_2 are commodity levels, derive the ordinary and the compensated demand functions, assuming a linear budget constraint.

(b) Define Production Function. What are the various structural properties satisfied by a production function ? Show that the elasticity of substitution of the Cobb-Douglas production function, $Q = A\ x_1^{\alpha}\ x_2^{\beta}$ is unity.

ವಿಭಾಗ (D3)

22/2

(ಪರಿಮಾಣಾತ್ಮಕ ಅರ್ಥಶಾಸ್ತ್ರ)

(ಸಿ) ಉತ್ಪಾದನಾ ಕಾರ್ಯದ ಬದಲಿಕೆ ಸ್ಥಿರ ಸ್ಥಿತಿಸ್ಥಾಪಕತ್ವ (CES) ವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ. ಬದಲಿ ಸ್ಥಿತಿಸ್ಥಾಪಕತ್ವವು ಯೂನಿಟಿಯನ್ನು ಸಮೀಪಿಸುತ್ತಿದ್ದಂತೆ ಸಿ.ಇ.ಎಸ್. ಉತ್ಪಾದನಾ ಕಾರ್ಯವು ಕಾಬ್–ಡಗ್ಲಾಸ್‌ರ ಉತ್ಪಾದನಾ ಕಾರ್ಯದತ್ತ ಪರಿಚ್ಛಿನ್ನವಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು

13. (ಎ) ಕಾಲಸರಣಿ ...

(ಬಿ) ಕನಿಷ್ಠ ವರ್ಗ (ಲೀಸ್ಟ್ ಸ್ಕ್ವೇರ್) ವಿಧಾನದಿಂದ ಟ್ರೆಂಡ್‌ನ್ನು ತಿಳಿಸುವುದನ್ನು ವಿವರಿಸಿ. *15+20+25*

14. (ಎ) ಹೆಟರೋಸ್ಕೆಡಾಸ್ಟಿಸಿಟಿ ಎಂದರೇನು ? ವಿವರಿಸಿ. ಹೆಟರೋಸ್ಕೆಡಾಸ್ಟಿಸಿಟಿಯ ಸಮ್ಮುಖದಲ್ಲಿ ... ಜನಸಂಖ್ಯಾ ಅಂಕಿಅಂಶಗಳು ಕೆಳಕಂಡಂತಿವೆ :

ವರ್ಷ :	1941	1921	1931	1941	1951	1961	1971
ಜನಸಂಖ್ಯೆ :	23.9	25.1	27.9	31.9	36.1	43.9	54.7

(ಬಿ) ಗುರುತಿಸುವಿಕೆಯ (Identification) ಸಮಸ್ಯೆ ಏನು ? ಒಂದು ಮಾದರಿಯ ಗುರುತು ... 1981ರಲ್ಲಿದ್ದ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅಂದಾಜು ಮಾಡಿ.

(ಸಿ) ಪರೋಕ್ಷ ಕನಿಷ್ಠವರ್ಗಗಳ ವಿಧಾನವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ, ಅದನ್ನು ಎರಡು ಹಂತದ ಕನಿಷ್ಠ ವರ್ಗಗಳೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿ. *20+15+25* *20+20+20*

14. (ಎ) ಆರ್ಥಿಕ ಹಾಗೂ ವ್ಯಾಪಾರಿಕ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಅಧ್ಯಯನದಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪ್ರಾಮುಖ್ಯತೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.

(ಬಿ) ಒಂದು ಸೂಚಿಸಂಖ್ಯೆಯು ಯಾವ ಸ್ಥಿತಿಗಳನ್ನು ಪೂರೈಸಬೇಕು ? ಫಿಷರ್‌ನ ಸೂಚಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಆದರ್ಶ ಸೂಚಿಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ. ಏಕೆ ?

(ಸಿ) "ಜೀವನ ವೆಚ್ಚ ಸೂಚ್ಯಾಂಕ" ದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಿ. ಜೀವನ ವೆಚ್ಚ ಸೂಚ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಗುರುತ್ವ ಗಣಿತೀಯ ಸರಾಸರಿಯಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಅದರ ತೂಕಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುವ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಿ. *20+20+20*

15. (ಎ) ಆರ್ಡಿನಲ್ ಮತ್ತು ಕಾರ್ಡಿನಲ್ ಉಪಯುಕ್ತತಾ ಕಾರ್ಯಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಿ. ಉಪಯುಕ್ತತಾ ಕಾರ್ಯಕ್ಕಾಗಿ 'ಸರಕು ಬದಲಿ ದರ'ಕ್ಕೆ ಒಂದು ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಯನ್ನು ನಿಷ್ಪನ್ನಮಾಡಿ.

$$u = x_1 \cdot x_2$$

ಇಲ್ಲಿ u : ಉಪಯುಕ್ತತೆ; x_1 ಮತ್ತು x_2 ಗಳು ಸರಕುಮಟ್ಟಗಳು. ರೇಖಾತ್ಮಕ ಬಜೆಟ್ ಬಿಕ್ಕಟ್ಟನ್ನು ಗ್ರಹಿಸಿಕೊಂಡು ಸಾಧಾರಣ ಹಾಗೂ ಪರಿಹಾರಾತ್ಮಕ ಬೇಡಿಕೆ ಕಾರ್ಯಗಳನ್ನು ನಿಷ್ಪತ್ತಿಗೊಳಿಸಿ.

(ಬಿ) ಉತ್ಪಾದನಾ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ. ಒಂದು ಉತ್ಪಾದನಾ ಕಾರ್ಯವು ಪೂರೈಸುವ ವಿವಿಧ ರಚನಾತ್ಮಕ ಗುಣಗಳು ಯಾವುವು ? ಕಾಬ್–ಡಗ್ಲಾಸ್‌ರ ಉತ್ಪಾದನಾ ಕಾರ್ಯವಾದ

$$Q = A\, x_1^{\alpha}\, x_2^{\beta}$$

ಇದರ ಬದಲಿಯ ಸ್ಥಿತಿಸ್ಥಾಪಕತ್ವ ಯೂನಿಟಿ ಎಂಬುದನ್ನು ತೋರಿಸಿಕೊಡಿ.

[Turn over

(c) Define the Constant Elasticity of Substitution (CES) production function. Show that as the elasticity of substitution parameter approaches unity, the CES production function converges to the Cobb-Douglas production function.

15+20+25

16. (a) Define heteroscedasticity. How do you estimate the parameters of a linear model in the presence of heteroscedasticity ?

(b) What is the problem of identification ? How do rank and order conditions help in the identification of a model ?

(c) Explain the method of indirect least squares and compare it with two-stage least squares.

20+20+20

(ಸಿ) ಉತ್ಪಾದನಾ ಕಾರ್ಯದ ಬದಲಿಕೆ ಸ್ಥಿರ ಸ್ಥಿತಿಸ್ಥಾಪಕತ್ವ (CES) ವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ. ಬದಲಿ ಪ್ರಾಚಲಿಯ ಸ್ಥಿತಿಸ್ಥಾಪಕತ್ವವು ಯೂನಿಟಿಯನ್ನು ಸಮೀಪಿಸುತ್ತಿದ್ದಂತೆ ಸಿ.ಇ.ಎಸ್. ಉತ್ಪಾದನಾ ಕಾರ್ಯವು ಕಾಬ್-ಡಗ್ಲಾಸ್‌ರ ಉತ್ಪಾದನಾ ಕಾರ್ಯದತ್ತ ಪರಿಚ್ಛಿನ್ನವಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತೋರಿಸಿ. *15+20+25*

16. (ಎ) ಹೆಟೆರೋಸ್ಕೆಡಾಸ್ಟಿಸಿಟಿ ಎಂದರೇನು ? ವಿವರಿಸಿ. ಹೆಟೆರೋಸ್ಕೆಡಾಸ್ಟಿಸಿಟಿಯ ಸಮ್ಮುಖದಲ್ಲಿ ಒಂದು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಮಾದರಿಯ ಪ್ರಾಚಲಿಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಅಂದಾಜು ಮಾಡುತ್ತೀರಿ ?

(ಬಿ) ಗುರುತು ಸ್ಥಾಪನೆಯ (Identification) ಸಮಸ್ಯೆ ಏನು ? ಒಂದು ಮಾದರಿಯ ಗುರುತು ಸ್ಥಾಪನೆಗೆ ಶ್ರೇಣಿ ಮತ್ತು ಕ್ರಮ ಸ್ಥಿತಿಗಳು ಹೇಗೆ ನೆರವಾಗುತ್ತವೆ ?

(ಸಿ) ಪರೋಕ್ಷ ಕನಿಷ್ಠವರ್ಗಗಳ ವಿಧಾನವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ, ಅದನ್ನು ಎರಡು ಹಂತದ ಕನಿಷ್ಠ ವರ್ಗಗಳೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿ. *20+20+20*

SECTION E
(Demography and Psychometry)

17. (a) Write short notes on the following :

(i) Sources of demographic data

(ii) National Sample Surveys (NSS)

(iii) Uses and limitations of demographic data

(b) Explain the terms :

(i) Life table

(ii) Central mortality rate

(iii) Force of mortality.

With usual notation, prove that

$$e_x = \frac{\left(\sum_{n=1}^{\infty} l_{x+n}\right)}{l_x}$$

(c) Define Logistic Curve. Explain how it can be fitted to a given data.

20+25+15

18. (a) Define and discuss the difference between stationary and stable populations.

(b) Describe the method of estimating the demographic parameters from an incomplete data.

(c) Describe Bivariate Growth Models. *20+20+20*

19. (a) Define 'Morbidity'. Explain how it can be measured.

(b) What are the objectives of health surveys ? Explain how they are performed.

(c) Write short notes on the following :

(i) Hospital Statistics

(ii) Stable Population Theory *20+20+20*

ವಿಭಾಗ E

[ಜನಾಂಗಸ್ಥಿತಿ ವಿವರಣೆ ಹಾಗೂ ಭೌತಸಂಸರ್ಗ ಅರಿಕೆ (Psychometry)]

17. (ಎ) ಕೆಳಗಿನವುಗಳಿಗೆ ಕಿರುಟಿಪ್ಪಣಿ ಬರೆಯಿರಿ :

(i) ಜನಾಂಗ ಸ್ಥಿತಿವಿವರಣಾ ದತ್ತಾಂಶದ ಆಕರಗಳು

(ii) ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಮಾದರಿ ಸಮೀಕ್ಷೆಗಳು (NSS)

(iii) ಜನಾಂಗಸ್ಥಿತಿ ವಿವರಣಾ ದತ್ತಾಂಶದ ಉಪಯೋಗಗಳು ಮತ್ತು ಪರಿಮಿತಿಗಳು

(ಬಿ) ಕೆಳಗಿನ ಪರಿಭಾಷೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಿ :

(i) ಲೈಫ್ ಟೇಬಲ್

(ii) ಕೇಂದ್ರೀಯ ಮರ್ತ್ಯತಾ ದರ (mortality rate)

(iii) ಮರ್ತ್ಯತೆಯ ಬಲ

ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಜ್ಞೆಗಳೊಂದಿಗೆ

$$e_x = \frac{\left(\sum_{n=1}^{\infty} l_{x+n}\right)}{l_x}$$

ಎಂಬುದನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

(ಸಿ) ಲಘುಗಣಕ ತಿರುವು (ಲಾಜಿಸ್ಟಿಕ್ ಕರ್ವ್) ಅನ್ನು ವಿವರಿಸಿ. ಅದನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಹೇಗೆ ಅಳವಡಿಸಬಹುದು ? ತಿಳಿಸಿ. 20+25+15

18. (ಎ) ನಿಶ್ಚಲ ಮತ್ತು ಸ್ಥಾಯೀ ಜನಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವೇನು ? ವಿವರಿಸಿ ಮತ್ತು ಚರ್ಚಿಸಿ.

(ಬಿ) ಒಂದು ಅಸಂಪೂರ್ಣ ದತ್ತಾಂಶದಿಂದ ಜನಾಂಗಸ್ಥಿತಿ ವಿವರಣ ಪ್ರಾಚಲಿಗಳನ್ನು ಅಂದಾಜುಮಾಡುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.

(ಸಿ) ದ್ವಿಚರ ಬೆಳವಣಿಗೆ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಿ. 20+20+20

19. (ಎ) ಮಾರ್ಬಿಡಿಟಿ (ಅಸ್ವಸ್ಥವ್ಯಾಪನೆ) ಎಂದರೇನು ? ವಿವರಿಸಿ. ಅದನ್ನು ಹೇಗೆ ಅಳೆಯಬಹುದು ?

(ಬಿ) ಆರೋಗ್ಯ ಸಮೀಕ್ಷಣೆಯ ಗುರಿಗಳೇನು ? ಅವುಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ನಿರ್ವಹಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ ? ವಿವರಿಸಿ.

(ಸಿ) ಕೆಳಗಿನವುಗಳಿಗೆ ಕಿರುಟಿಪ್ಪಣಿ ಬರೆಯಿರಿ :

(i) ಆಸ್ಪತ್ರೆ ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ

(ii) ಸ್ಥಾಯೀ ಜನಸಂಖ್ಯಾ ಸಿದ್ಧಾಂತ 20+20+20

20. (a) Why is it considered desirable to convert gross scores to some standardised scores ? Define 'standardised scores' and 'normalised scores', and describe how they are derived.

(b) Explain the concept of percentiled scale and describe a practical method of its computation from raw scores.

(c) Discuss the various methods used to determine the reliability of test scores. What is the effect upon reliability of lengthening or repeating a test ?

20+20+20

20. (ಎ) ಸ್ಥೂಲ ಗಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಕೆಲವು ಪ್ರಮಾಣೀಕೃತ ಗಳಿಕೆಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸುವುದು ಏಕೆ ಅಪೇಕ್ಷಣೀಯ ? 'ಪ್ರಮಾಣೀಕೃತ ಗಳಿಕೆಗಳು' ಮತ್ತು 'ಸಾಮಾನ್ಯೀಕೃತ ಗಳಿಕೆ'ಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಿ. ಅವುಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಮಾಡಬಹುದು ? ವಿವರಿಸಿ.

(ಬಿ) ಶೇಕಡಾ ರೂಪದ ಅಳತೆಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಿ. ಅಸಂಸ್ಕರಿತ ಗಳಿಕೆಗಳಿಂದ ಅವುಗಳ ಗಣಿಕೆ ಮಾಡುವ ಒಂದು ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ವಿಧಾನವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.

(ಸಿ) ಪರೀಕ್ಷೆ ಗಳಿಕೆಗಳ ವಿಶ್ವಸನೀಯತೆಯನ್ನು ನಿರ್ಣಯಿಸಲು ಬಳಸಲಾಗುವ ವಿವಿಧ ವಿಧಾನಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿ. ಒಂದು ಪರೀಕ್ಷೆಯನ್ನು ದೀರ್ಘಗೊಳಿಸುವ ಅಥವಾ ಪುನರಾವರ್ತಿಸುವುದರಿಂದ ವಿಶ್ವಸನೀಯತೆಯ ಮೇಲೆ ಆಗುವ ಪರಿಣಾಮವೇನು ? 20+20+20